

Exercice 1. Donner des machines de Turing reconnaissant les langages suivants :

- L'ensemble des mots ayant un nombre égal de 0 et de 1.
- $\{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$
- $\{ww^R \mid w \in \{0,1\}^*\}$

Exercice 2. On considère des machines de Turing

$$M = (\{q_0, q_1, q_2, q_f\}, \{0, 1\}, \{0, 1, B\}, \delta, q_0, B, \{q_f\}).$$

Décrire les langages reconnus par M lorsque δ est définie comme ci-après et donner les diagrammes de transitions de ces machines :

- $\delta(q_0, 0) = (q_1, 1, R); \delta(q_1, 1) = (q_0, 0, R); \delta(q_1, B) = (q_f, B, R).$
- $\delta(q_0, 0) = (q_0, B, R); \delta(q_0, 1) = (q_1, B, R); \delta(q_1, 1) = (q_1, B, R); \delta(q_1, B) = (q_f, B, R).$
- $\delta(q_0, 0) = (q_1, 1, R); \delta(q_1, 1) = (q_2, 0, L); \delta(q_2, 1) = (q_0, 1, R); \delta(q_1, B) = (q_f, B, R).$

Exercice 3. Décrire une machine de Turing à deux bandes qui accepte le langage constitué de tous les mots de $\{0, 1\}^*$ contenant autant de 0 que de 1. La première bande contient l'entrée et est scannée de la gauche vers la droite. La seconde bande est utilisée pour détecter les 0 ou 1 excédentaires.

Exercice 4. Décrire des machines de Turing non-déterministes – éventuellement multi-bandes – acceptant les langages suivants :

- Le langage des mots de $\{0, 1\}^*$ de la forme $wxyxz$ avec $|x| = 100$, w , y et z étant de longueur arbitraire.
- Le langage des mots de la forme $w_1 \# w_2 \# \dots \# w_n$ pour $n \geq 0$ tels que $w_i \in \{0, 1\}^*$ pour tout $i \in \{1, \dots, n\}$ et il existe i tel que w_i est le codage binaire i .
- Le même langage que ci-dessus sauf qu'on impose en plus l'existence d'un $j \neq i$ tel que w_j est aussi le codage binaire de i .

Exercice 5. Décrire des machines à compteurs reconnaissant les langages suivants :

- $\{0^n 1^m \mid n \geq m \geq 1\}$
- $\{0^n 1^m \mid 1 \leq n \leq m\}$
- $\{a^i b^j c^k \mid i = j \text{ ou } i = k\}$
- $\{a^i b^j c^k \mid i = j \text{ ou } i = k \text{ ou } j = k\}$