Nom : . . . . . Prénom : . . . . .

MAIN4 Année 2020/2021

POLYTECH SORBONNE

Calculabilité - Décidabilité (ICC)

Interrogation n°2 du 2 novembre 2020 - Grammaires hors-contexte et automates à pile

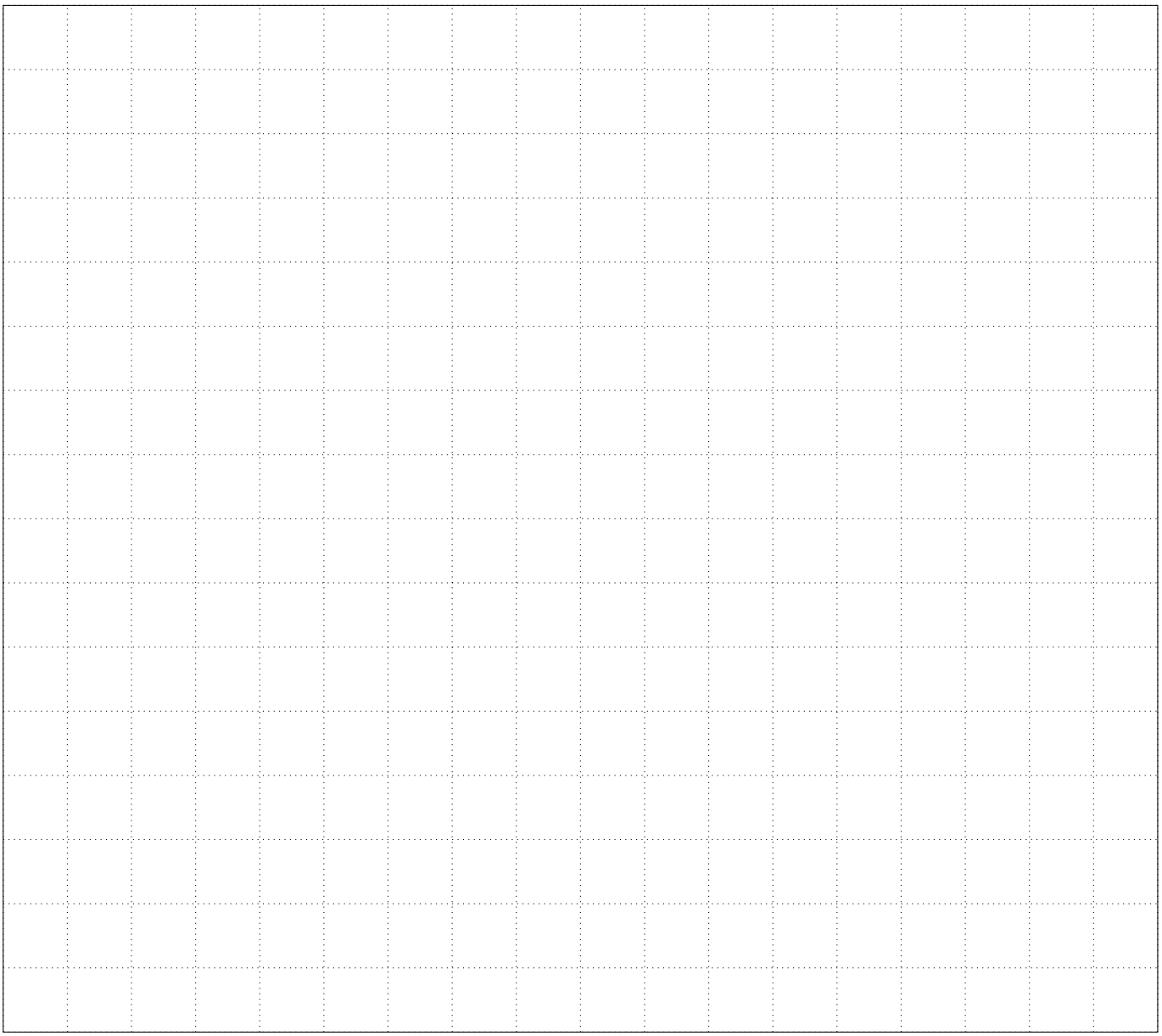
Seul le polycopié de cours est autorisé - Durée : 45 min

Le barème est donné à titre indicatif

Le sujet se décompose en 4 exercices indépendants.

Exercice 1 (5 pts)**.** On considère l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$.

1. Construire une grammaire hors-contexte G générant le langage $L = \{a^i b^j c^k \mid i = j + k, i, j, k \geq 0\}$.
2. Donner une dérivation de G générant le mot $aaabcc$.
3. Donner l'arbre de dérivation de G de frontière $aabb$.



Tournez la page S.V.P.

Exercice 2 (5 pts)**.** Construire un automate à pile reconnaissant le langage $L = \{a^i b^j \mid i = 2j\}$. Vous préciserez bien le mode d'acceptation. Avant de donner la construction, vous expliquerez *rapidement* le fonctionnement de votre automate. Donner une exécution de l'automate sur le mot $aaaabb$ et préciser si elle est acceptante.

Tournez la page S.V.P.

Exercice 3 (5 pts)**.** On considère la grammaire G suivante

$$
\begin{aligned}
S &\to aAa \mid bBb \mid \varepsilon \\
A &\to C \mid a \\
B &\to C \mid b \\
C &\to CDE \mid \varepsilon \\
D &\to A \mid B \mid ab
\end{aligned}
$$

Mettre la grammaire G sous forme normale de Chomsky.

Exercice 4 (5 pts)**.** On considère la grammaire G définie par :

$$\begin{array}{lcl} S & \to & AB \\ A & \to & BB|a \\ B & \to & AB|b \end{array}$$

En utilisant l'algorithme CYK, décider si le mot $aabbb$ appartient à $L(G)$.