

MATHÉMATIQUES

TD Combinatoire et probabilité

---

**1. Exercices de combinatoire**

**Exercice 1.** — Au Loto national, une grille simple est un choix de 6 numéros parmi  $\{1, 2, \dots, 48, 49\}$ .

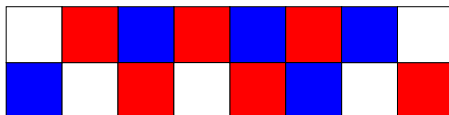
- 1) Quel est le nombre total de grilles que l'on peut jouer ?
- 2) Une grille gagnante ayant été déterminée, calculer, parmi toutes les grilles possibles, le nombre d'entre elles comportant exactement  $n$  bons numéros pour  $n = 5$ ,  $n = 4$  puis  $n = 3$ .

**Exercice 2.** — À l'écrit d'un examen, on doit traiter 8 exercices au choix parmi 10.

- 1) Combien y a-t-il de choix possibles ?
- 2) Même question sachant que 2 exercices sont obligatoires.
- 3) En déduire l'expression de  $u_n$ .

**Exercice 3** (*les suites sont de retour ...*). — Combien y a-t-il de façon de colorier un drapeau constitué de deux rangées de  $n$  cases en utilisant au plus les couleurs bleu, blanc, rouge, de façon que deux cases ayant un coté commun n'aient pas la même couleur ?

Exemple de coloriage pour  $n = 8$ .



Par la suite, on désigne par  $u_n$ ,  $n \geq 1$ , le nombre cherché.

- 1) Calculer  $u_1$ .
- 2) Montrer que, pour tout  $n \geq 2$ ,  $u_n = 3u_{n-1}$ .
- 3) En déduire  $u_n$  en fonction de  $n$ .

**Exercice 4.** — Dans un jeu de 32 cartes combien y a-t-il de façons de choisir 3 cartes qui soient :

- a) des as ?
- b) de même valeur ?
- c) des coeurs toutes les trois ?
- d) toutes les trois de valeurs différentes ?

**Exercice 5.** — Dans un groupe de 150 élèves, un enquête portait sur l'étude des langues et révèle que 70 étudiant l'anglais, 60 l'allemand et 50 l'espagnol. De plus, on sait que 23 étudiant l'anglais et l'allemand, 25 l'anglais et l'espagnol et 20 l'allemand et l'espagnol, 8 enfin étudiant les trois langues. Combien d'élèves du groupe n'étudient aucune de ces 3 langues ?

## 2. Exercices de probabilité

### 2.1. Avec ou sans remise, ce n'est pas la même chose

**Exercice 6.** — Deux cartes sont tirées d'un jeu de 32 cartes bien battu.

- a) Quelle est la probabilité que les 2 cartes soient des coeurs si la première est remise dans le jeu avant le tirage de la seconde ?
- b) Même question sans remise de la première.

**Exercice 7.** — On tire 3 boules dans une urne qui contient 4 boules rouges et 5 boules blanches.

Calculer la probabilité pour que les 3 boules soient rouges :

- a) si le tirage a lieu sans remise.
- b) si le tirage a lieu avec remise.

### 2.2. Aux urnes citoyens !

**Exercice 8.** — Un sac contient 6 boules blanches et 7 boules noires. On tire simultanément 3 boules de ce sac.

- a) Quelle est la probabilité d'obtenir :
  - 1) 3 boules blanches ?
  - 2) 3 boules noires ?
  - 3) 1 boule blanche et 2 boules noires ?
  - 4) 1 boule noire et 2 boules blanches ?
- b) Vérifier les résultats précédents en effectuant leur somme.

**Exercice 9.** — Une urne contient 5 boules numérotées de 1 à 5. On en tire simultanément deux.

- a) Calculer la probabilité d'obtenir au moins un chiffre pair.
- b) Quelle est la probabilité d'obtenir :
  - 1) deux chiffres de même parité ?
  - 2) deux chiffres de parités différentes ?