

MATHÉMATIQUES

TD n°2

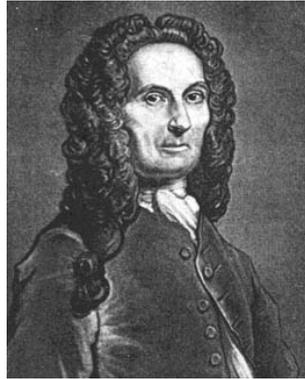


FIGURE 1. Abraham de Moivre (1667-1754)

1. Exercices sur les systèmes linéaires

Exercice 1. — Résoudre dans \mathbf{R}^3 le système

$$\begin{cases} 5x + y + z = -5, \\ 2x + 13y - 7z = -1, \\ x - y + z = 1. \end{cases}$$

Exercice 2. — Résoudre dans \mathbf{R}^3 le système

$$\begin{cases} -x + 3y + z = 2, \\ 4x - y + 7z = 0, \\ 2x + 5y + 9z = 4. \end{cases}$$

2. Exercices sur les nombres complexes

Exercice 3. — On considère l'équation (E) : $z^3 + (2 - 2i)z^2 + (5 - 4i)z - 10i = 0$.

- 1) Montrer que (E) admet une solution *imaginaire pure*.
- 2) Résoudre alors (E).

Exercice 4. — 1) Résoudre l'équation (E) : $z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0$.

- 2) En posant $Z = z + \frac{1}{z}$, montrer que la résolution de (E) se ramène à celle d'une équation du second degré.
- 3) En déduire la valeur exacte de $\cos(\frac{2\pi}{5})$.

Exercice 5. — 1) Transformer en une somme le produit $\cos(a)\cos(b)$.

2) Transformer en un produit les sommes $S = \cos(p) + \cos(q)$ et $S' = \sin(p) + \sin(q)$.

3) Exprimer $\cos(3x)$ en fonction de $\cos(x)$.

4) Exprimer, à l'aide d'un *cosinus*, l'expression $\cos(x) + \sqrt{3}\sin(x)$.

Exercice 6. — Résoudre dans \mathbf{C} le système

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = 1, \\ z_1 z_2 = 7. \end{cases}$$