$$\begin{tikzcd} \mathcal{E} \arrow[r] \arrow[d, "\textbf{journée}"', "\textit{4}^{e}\textit{ année}"] & \textsc{Ker Lann} \\ \mathcal{N} \arrow[r] & \mathcal{S} \arrow[u] \end{tikzcd}$$

Journée 4^{e} année

École Normale Supérieure de Cachan
Antenne de Bretagne

7 mai 2003

1 Planning

1	11h00 - 11h30	Cyril Odasso	*Propriétés d'ergodicité d'équations aux dérivées dérivées partielles stochastiques*
2	11h30 - 12h00	Erwan Deriaz	*Ondelettes vecteurs à divergence nulle*
	12h30 - 14h00	*Déjeuner*	
3	14h00 - 14h30	Gabriel Peyre	*Ondelettes directionnelles sur des surfaces, prise en compte de la géométrie*
4	14h30 - 15h00	Gwennou Coupier	*Étude expérimentale de réseaux élastiques bidimensionnels*
	15h00 - 15h15	*Pause*	
5	15h15 - 15h45	Vincent Beck	*Groupes de réflexions complexes.*
6	15h45 - 16h15	Franck Madigou	*Équations de réaction-diffusion dans les milieux poreux*
	16h15 - 16h30	*Pause*	
7	16h30 - 17h00	Jérémie Tignel	*Reconnaissance de la parole par modèles de Markov cachés*

Le déjeuner a lieu au restaurant de la Faculté des métiers.

2 Résumé des exposés

2.1 Propriétés d'ergodicité d'équations aux dérivées partielles stochastiques (Cyril Odasso)

On a été amené à s'intéresser aux EDP semi-linéaires stochastiques :

$$\frac{du}{dt} = Au + F(u) + \frac{dB}{dt}.$$

où B est un bruit blanc plus ou moins dégénéré (en l'occurrence l'équation de Navier-Stokes 2D et l'équation de Ginzburg-Landau Complexe).
Je m'intéresse plus particulièrement au caractère ergodique des solutions, c'est-à-dire la convergence $p.s$ des moyennes en temps de $f(u(t))$, pour f holderienne.
Il existe deux grandes méthodes :

- la méthode dite « déterministe » ou « dissipative » : on montre que si x et y sont deux solutions déterministes associées au même B, alors $\|x(t) - y(t)\| \to 0$;
- la méthode dite « Markovienne » : on utilise le théorème de Doob qui est une sorte de sophistication du théorème de convergence des chaîne de Markov récurrentes. Cette méthode suppose B très dégénéré.

Un problème apparaît quand on sort de ces deux cas, c'est-à-dire quand B est plutôt régulier, mais qu'il ne rend pas les solutions assez dissipatives. D'où le développement d'une méthode hybride.

2.2 Ondelettes à divergence nulle (Erwan Deriaz)

On décompose les solutions de Navier Stokes incompressible (l'équation des écoulements fluides) :

$$\partial_t \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} - \nu\Delta\mathbf{u} + \nabla p = \mathbf{f},$$
$$\mathrm{div}(\mathbf{u}) = 0,$$

dans une base d'ondelettes à divergence nulle :

$$\mathbf{u} = \sum_{k\in\mathbb{Z}^n} c_k(t)\phi_k + \sum_{j\leq 1}\sum_{k\in\mathbb{Z}^n} d_{j,k}(t)\psi_{j,k}.$$

C'est l'analyse multirésolution, concept développé par Meyer, Mallat, Lemarié-Rieusset et Daubechies qui permet de construire de telles ondelettes. Et les principaux travaux s'y rapportant sont dûs à Karsten Urban.
L'exposé se fera en deux parties : d'abord sera présentée l'analyse multirésolution 1-D et n-D avec la définition des fonctions d'échelle, des ondelettes, des filtres et de la dualité. Dans un second temps, on verra comment construire des analyses multirésolution à divergence nulle à l'aide du produit tensoriel puis dans un cas plus général, sans produit tensoriel. Cette application illustre très bien l'apport de la Théorie des Ondelettes developpée dans les années 80.

2.3 Ondelettes directionnelles sur des surfaces, prise en compte de la géométrie (Gabriel Peyré)

La théorie de *Claude Shannon* (1948, [1]), qui a réalisé la jonction entre la théorie du signal et celle de la statistique a été le point de départ d'une succession de (re-)découvertes qui ont permis d'aboutir, entre autres, au standard *JPEG2000* de compression des images. On peut citer plus particulièrement l'algorithme *FFT* de *Cooley-Tukey* (1965, [2]), puis l'algorithme de transformation en ondelettes rapide de *Mallat-Meyer* (1986, [3]).
Le nouveau défi du traitement de l'image numérique semble être la prise en compte de la géométrie (*Le Pennec* [4]). En effet, si les ondelettes ont de nombreuses propriétés d'optimalité pour le traitement du signal 1D, la situation est moins favorable pour les images. De plus, les images naturelles présentent des structures géométriques reconnaissables (courbes, textures) que les espaces fonctionnels classiques ne prennent pas en compte.
Une autre orientation suivie par certains chercheurs consiste à généraliser le principe de l'analyse multirésolutions (*Sweldens* [5]). La construction d'ondelettes sur les surfaces rejoint alors les méthodes utilisées dans les films d'images de synthèse comme *Toy Story*. Mais l'analyse mathématique devient très difficile, car l'on perd totalement l'invariance par translation, et du même coup l'outil indispensable qu'est la transformée de Fourier.
Mon travail se situe à la croisée de ces deux mouvements. J'essaie de construire des ondelettes qui prennent en compte les lignes de régularité des surfaces ; pour ce faire, je travaille sur des variétés triangulées. Mon stage de DEA et le debut de ma thèse consiste à étudier les problèmes de représentation de ces surfaces (paramétrisation, calcul des invariants différentiels).

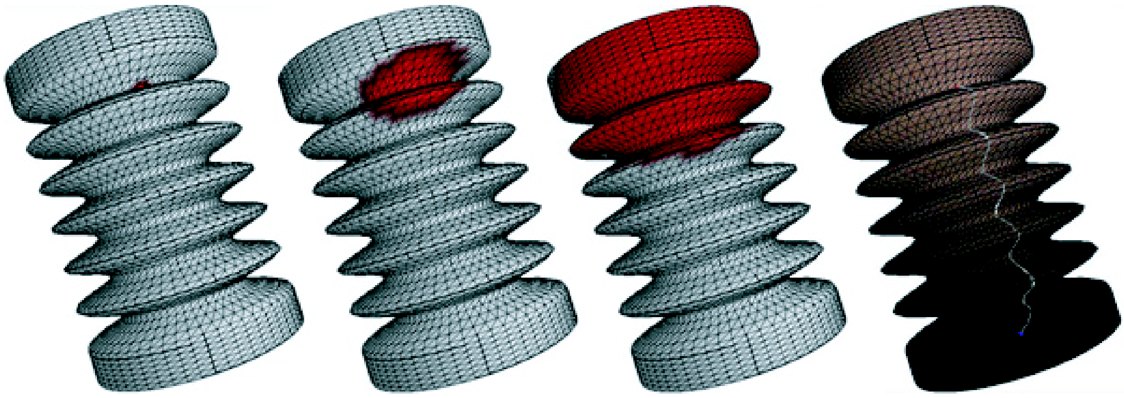


FIG. 1 – Propagation d'un front et calcul de géodésique

Références

[1] Claude E. Shannon. A mathematical theory of communication. *Bell System Technical Journal*, 27 :379–423 and 623–656, 1948.

[2] J. W. Cooley and J. W. Tukey. An algorithm for the machine calculation of complex fourier series. *Math. Computat.*, 19 :297–301, 1965.

[3] Stéphane Mallat. *Une exploration des signaux en ondelettes, tout y est.* Editions de l'école Polytechnique, 2000.

[4] Erwan Le Pennec and Stéphane Mallat. Image representation and compression with bandelets. *Tech. Rep. CMAP Ecole Polytechnique*, 2000.

[5] Wim Sweldens. The lifting scheme : A construction of second generation wavelets. *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, 29(2) :511–546, 1998.

2.4 Étude théorique et expérimentale de réseaux élastiques bidimensionnels (Gwennou Coupier)

Les réseaux élastiques bidimensionnels constituent une classe de problèmes qui recouvre de nombreux systèmes physiques différents, parmi lesquels on peut citer notamment : les gaz électronique à l'interface entre deux semiconducteurs, les vortex dans les supraconducteurs de type II ou dans les condensats de Bose-Einstein.
Du fait du caractère microscopique de ces sytèmes, leur étude expérimentale directe est délicate. De ce fait, deux voies s'offrent alors au physicien : l'étude théorique et l'étude expérimentale d'un système d'approche plus aisée appartenant à la même classe de problème.
En réalité, ces deux démarches, qui ont leurs particularités propres, s'enrichissent l'une l'autre, tout en faisant constamment référence à la réalité physique observée sur les systèmes réels.
L'exposé permettra donc d'illustrer, à travers un exemple concret, le travail du physicien à cheval entre deux approches que l'on cherche parfois à opposer.

2.5 Groupes de réflexions complexes (Vincent Beck)

Soit V un espace vectoriel complexe, on appelle groupe de réflexions complexes un sous–groupe fini de $GL(V)$ engendré par des pseudo–réflexions (c'est–à–dire des éléments $g \in GL(V)$ tel que $\mathrm{rang}(g - \mathrm{Id}) = 1$). Ces groupes de matrices ont de très nombreuses propriétés notamment en ce qui concerne leurs invariants polynomiaux ([1, 2]).
Une classification de ces groupes a été donnée par Shephard et Todd en 1954 ([3]). Beaucoup des propriétés de ces groupes ont été déduites au cas par cas grâce à cette classification et parmi celles–ci la plupart n'ont toujours pas de preuves générales.
Les groupes de réflexions complexes interviennent aussi à la base de la théorie des groupes de tresses, des groupes réductifs et des algèbres de Hecke.

Références

[1] N. Bourbaki. *Groupes et algèbres de Lie, chapitre 4,5,6.* Masson, 1982.

[2] C. Chevalley. Invariants of finite groups generated by reflections. *Amer. J. Math.*, 77 :778–782, 1955.

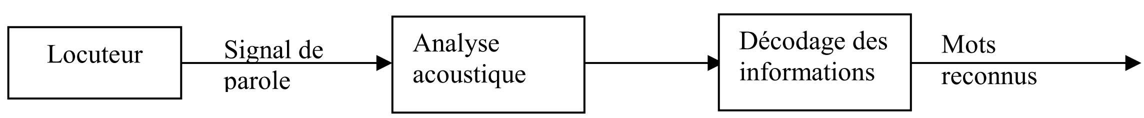
[3] G. C. Shephard and J. A. Todd. Finite unitary reflection groups. *Canad. J. Math.*, 6 :274–304, 1954.

2.6 Équations de réaction-diffusion dans les milieux poreux (Franck Madigou)

Équation continue : propriétés de la solution, réaction rapide, réaction en grand temps puis résolution par la méthode des volumes finis, analyse de la solution calquée sur le modèle continu.

2.7 Reconnaissance de la parole par modèles de Markov cachés (Jérémie Tignel)

Au cours de la 3e année de Supélec on effectue une étude industrielle, par groupes de quatre élèves. Un stagiaire à Supélec avait élaboré il y a deux ans un système de reconnaissance de la parole. Le but de notre étude était d'en construire un nouveau à l'aide d'un modèle probabiliste, méthode généralement adoptée aujourd'hui.
On peut schématiser un système de reconnaissance de la parole comme suit.



Le rôle de l'analyse acoustique est d'effectuer des mesures sur le signal de parole afin d'obtenir des données numérisées compréhensibles pour le décodeur. Le décodage se fait

ensuite soit par comparaison des données avec des formes de référence (on calcule une distance entre les données et chacune des formes de référence, la distance minimale fournit alors le mot reconnu), soit par des méthodes probabilistes. Dans ce cas on construit un modèle pour chaque mot du vocabulaire, puis on calcule pour chaque mot la probabilité conjointe d'émission de ce mot et de réception des données numérisées.
Les résultats de l'étude sont excellents, puisqu'on atteint un taux de reconnaissance de 95%, contre 75% lors du stage précédent. Mais il faut les relativiser car le vocabulaire était limité à dix mots, prononcés en présence de bruits sonores très faibles.