

**Titre.** Évaluation précise de fractions rationnelles

**Encadrants.** Stef Graillat (Stef.Graillat@lip6.fr) et Valérie Ménissier-Morain (Valerie.Menissier-Morain@lip6.fr)

**Domaine.** En précision finie, le résultat d'un calcul dépend du conditionnement du problème, de la stabilité de l'algorithme utilisé et de la précision de l'arithmétique flottante utilisée. Il se trouve que même pour des problèmes très simples comme le calcul d'une somme, la somme calculée peut être très loin de la somme exacte. De nouveaux algorithmes permettant de calculer précisément une somme et un produit scalaire [3] et l'évaluation d'un polynôme [1] sont récemment apparus. Des versions traitant des nombres complexes ont aussi été développées [4].

Le but de ce projet est de proposer un nouvel algorithme pour évaluer précisément une fraction rationnelle (avec des coefficients réels mais aussi avec des coefficients complexes). Pour cela, on se basera sur l'algorithme d'évaluation précise d'un polynôme (CompHorner) proposé dans [1].

**Description détaillée du travail.** Le travail pourra se dérouler de la manière suivante.

1. Tout d'abord on lira les premiers chapitres de [2] pour la description de l'arithmétique flottante réelle et l'arithmétique flottante complexe.
2. On lira ensuite de manière attentive l'article [3] afin de bien comprendre le principe de la correction des erreurs d'arrondi pour la somme et le produit scalaire.
3. On étudiera ensuite l'article [1] qui présente un schéma de Horner modifié pour calculer de façon précise l'évaluation polynomiale.
4. On s'attachera ensuite à modifier cet algorithme de façon à pouvoir évaluer précisément le quotient de deux polynômes.

## Références.

- [1] Stef Graillat, Nicolas Louvet, and Philippe Langlois. Compensated Horner scheme. Research Report 04, Équipe de recherche DALI, Laboratoire LP2A, Université de Perpignan Via Domitia, France, 52 avenue Paul Alduy, 66860 Perpignan cedex, France, July 2005.
- [2] Nicholas J. Higham. *Accuracy and stability of numerical algorithms*. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, PA, second edition, 2002.
- [3] Takeshi Ogita, Siegfried M. Rump, and Shin'ichi Oishi. Accurate sum and dot product. *SIAM J. Sci. Comput.*, 26(6):1955–1988, 2005.
- [4] Stef Graillat et Valérie Ménissier-Morain. Accurate summation, dot product and polynomial evaluation in complex floating point arithmetic. *Information and Computation*, (216):57–71, 2012.