Université de Perpignan
DAEU B

Année 2002-2003
É. Dubon & S. Graillat

MATHÉMATIQUES

DEVOIR n°1

Exercice 1

Mettre les nombres complexes donnés sous forme algébrique

a) $(2-i)^3$;

b) $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^2$;

c) $\frac{2-3i}{1+i} + \frac{1-2i}{1-i}$.

Exercice 2

Résolvez dans $\mathbf{C}$ les équations :

a) $(1+2i)z - (i-1) = iz - 3$;

b) $z(z+i)(1-i-z) = 0$;

c) $\frac{1+2iz}{1+2z} = i\frac{z-1}{z+3}$.

Exercice 3

Soit z un nombre complexe différent de 1. Soit Z tel que $\mathrm{Z} = \frac{2+\overline{z}}{1-\overline{z}}$.

1°) Déterminer les parties réelles et imaginaires de Z en fonction de celles de z.

2°) Montrez que l'ensemble des points M(z) du plan, tels que Z soit réel, est une droite privée d'un point.

3°) Montrez que l'ensemble des points M(z) du plan, tels que Z soit un imaginaire pur ou zéro, est un cercle privé d'un point, dont vous donnerez une équation.

Exercice 4

Soit $z = x + iy$ un nombre complexe distinct de -1. Soit $\mathrm{Z} = \frac{2iz-i}{z+1}$ (x et y sont réels).

1°) Calculer $\overline{\mathrm{Z}}$, Re(Z), Im(Z), $|\mathrm{Z}|$ en fonction de x et y.

2°) Déterminez l'ensemble $\mathscr{E}_1$ des points de M d'affixe z tels que $|\mathrm{Z}| = 1$.

3°) Déterminez l'ensemble $\mathscr{E}_2$ des points de M d'affixe z tels que Z soit imaginaire pur.

4°) Déterminer les affixes des points d'intersection de $\mathscr{E}_1$ et $\mathscr{E}_2$.

Exercice 5

Déterminez les arguments des nombres complexes z de module 1 donné :

a) $z = i$; $z = -i$; $z = 1$; $z = -1$.

b) $z = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$; $z = \frac{1}{2}(1 + i\sqrt{3})$.


PRO JUVENTUTE 1957
LEONHARD EULER 1707-1783
e iφ =cos φ+i sin φ
5
+5 HELVETIA