

MATHÉMATIQUES

TD n°2

---

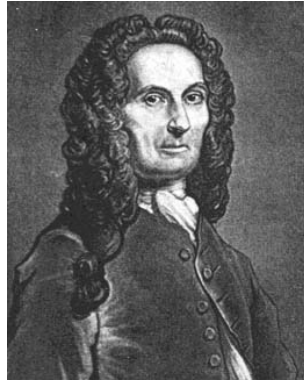


FIGURE 1. Abraham de Moivre (1667-1754)

### 1. Exercices sur les systèmes linéaires

**Exercice 1.** — Résoudre dans  $\mathbf{R}^3$  le système

$$\begin{cases} 5x + y + z = -5, \\ 2x + 13y - 7z = -1, \\ x - y + z = 1. \end{cases}$$

**Exercice 2.** — Résoudre dans  $\mathbf{R}^3$  le système

$$\begin{cases} -x + 3y + z = 2, \\ 4x - y + 7z = 0, \\ 2x + 5y + 9z = 4. \end{cases}$$

### 2. Exercices sur les nombres complexes

**Exercice 3.** — On considère l'équation (E) :  $z^3 + (2 - 2i)z^2 + (5 - 4i)z - 10i = 0$ .

- 1) Montrer que (E) admet une solution *imaginaire pure*.
- 2) Résoudre alors (E).

**Exercice 4.** — 1) Résoudre l'équation (E) :  $z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0$ .

- 2) En posant  $Z = z + \frac{1}{z}$ , montrer que la résolution de (E) se ramène à celle d'une équation du second degré.
- 3) En déduire la valeur exacte de  $\cos(\frac{2\pi}{5})$ .

**Exercice 5.** — 1) Transformer en une somme le produit  $\cos(a) \cos(b)$ .

2) Transformer en un produit les sommes  $S = \cos(p) + \cos(q)$  et  $S' = \sin(p) + \sin(q)$ .

3) Exprimer  $\cos(3x)$  en fonction de  $\cos(x)$ .

4) Exprimer, à l'aide d'un *cosinus*, l'expression  $\cos(x) + \sqrt{3} \sin(x)$ .

**Exercice 6.** — Résoudre dans  $\mathbf{C}$  le système

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = 1, \\ z_1 z_2 = 7. \end{cases}$$