

Liste des leçons de l'Agrégation externe de Mathématiques 2004

1^{er} septembre 2004

1 Algèbre

1. Groupe opérant sur un ensemble. Exemples et applications.
2. Sous-groupes discrets de R^n . Réseaux.
3. Exemples de Sous-groupes distingués et de groupes quotients. Applications.
4. Groupes finis. Exemples et applications.
5. Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications.
6. Groupe linéaire d'un espace vectoriel de dimension finie E , sous-groupes de $GL(E)$. Applications.
7. Sous-groupes finis de $O(2, R)$, de $O(3, R)$. Applications.
8. Exemples de parties génératrices d'un groupe.
9. Anneaux Z/nZ . Applications.
10. Nombres premiers. Applications.
11. Exemples d'applications des idéaux d'un anneau commutatif unitaire.
12. Anneaux principaux.
13. Corps finis. Applications.
14. Groupe des nombres complexes de module 1. Applications.
15. Équations diophantiennes du premier degré $ax + by = c$. Autres exemples d'équations diophantiennes.
16. Corps des fractions rationnelles à une indéterminée sur un corps commutatif. Applications.
17. Polynômes irréductibles à une indéterminée. Corps de rupture. Exemples et applications.
18. Algèbre des polynômes à n indéterminées ($n \geq 2$). Polynômes symétriques. Applications.
19. Racines des polynômes à une indéterminée. Relations entre les coefficients et les racines d'un polynôme. Exemples et applications.
20. Polynômes orthogonaux. Exemples et applications.
21. Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera au cas de la dimension finie). Rang. Exemples et applications.
22. Matrices équivalentes. Matrices semblables. Applications.
23. Opérations élémentaires sur les lignes et les colonnes d'une matrice. Résolution d'un système d'équations linéaires. Exemples et applications.
24. Déterminant. Exemples et applications.
25. Réduction d'un endomorphisme en dimension finie. Applications.
26. Sous-espaces stables d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications.

27. Endomorphismes diagonalisables.
28. Exponentielle de matrices. Applications.
29. Endomorphismes nilpotents.
30. Polynômes d'endomorphismes. Applications.
31. Exemples de décompositions remarquables dans le groupe linéaire. Applications.
32. Formes quadratiques sur un espace vectoriel de dimension finie. Applications.
33. Formes linéaires et hyperplans en dimension finie. Exemples et applications.
34. Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien de dimension finie.
35. Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel hermitien de dimension finie.
36. Isométries d'un espace affine euclidien de dimension finie. Formes réduites. Applications.
37. Coniques.
38. Barycentres dans un espace affine réel de dimension finie ; convexité. Applications.
39. Homographies de la droite complexe. Applications.
40. Applications des nombres complexes à la géométrie.
41. Utilisation des angles en géométrie.
42. Utilisation des groupes en géométrie.
43. Exemples de propriétés projectives et d'utilisation d'éléments à l'infini.
44. Constructions à la règle et au compas.
45. Applications affines
46. Problèmes d'angles et de distances en dimension 2 ou 3.
47. Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrement.

2 Analyse

1. Espaces de fonctions. Exemples et applications.
2. Exemples de parties denses et applications.
3. Utilisation de la notion de compacité.
4. Connexité. Exemples et applications
5. Espaces complets. Exemples et applications.
6. Utilisation de théorèmes de point fixe.
7. Prolongement de fonctions. Applications.
8. Utilisation de la continuité uniforme en analyse.
9. Utilisation de la dénombrabilité en analyse et en probabilités.
10. Applications linéaires continues entre espaces vectoriels normés. Exemples et applications.
11. Utilisation de la dimension finie en analyse.
12. Méthodes hilbertiennes en dimension finie et infinie.
13. Bases hilbertiennes. Exemples et applications.
14. Applications du théorème d'inversion locale et du théorème des fonctions implicites.
15. Applications différentiables définies sur un ouvert de R^n . Exemples et applications.
16. Étude de courbes. Exemples.
17. Étude locale de surfaces. Exemples.
18. Applications des formules de Taylor.
19. Problèmes d'extremums.

20. Équations différentielles $X' = f(t, X)$; exemples d'études qualitatives des solutions.
21. Équations différentielles linéaires. Systèmes d'équations différentielles linéaires. Exemples et applications.
22. Exemples d'équations différentielles. Solutions exactes ou approchées.
23. Convergence des suites numériques. Exemples et applications.
24. Comportement asymptotique des suites numériques. Rapidité de convergence. Exemples.
25. Comportement d'une suite réelle ou vectorielle définie par une itération $u_{n+1} = f(u_n)$. Exemples.
26. Développement asymptotique d'une fonction d'une variable réelle.
27. Continuité et dérivabilité des fonctions réelles d'une variable réelle. Exemples et contre-exemples.
28. Fonctions monotones. Fonctions convexes. Exemples et applications.
29. Séries de nombres réels ou complexes. Comportement des restes ou des sommes partielles des séries numériques. Exemples.
30. Illustrer par des exemples et des contre-exemples la théorie des séries numériques.
31. Méthodes d'approximation des solutions d'une équation $F(X) = 0$. Exemples.
32. Intégration des fonctions d'une variable réelle. Suites de fonctions intégrables.
33. Espaces L^p , $1 \leq p \leq +\infty$
34. Interversion d'une limite et d'une intégrale. Exemples et applications.
35. Illustrer par des exemples quelques méthodes de calcul d'intégrales de fonctions d'une ou plusieurs variables réelles.
36. Problèmes de convergence et de divergence d'une intégrale sur un intervalle de R .
37. Méthodes de calcul approché d'intégrales.
38. Fonctions définies par une intégrale dépendant d'un paramètre. Exemples et applications.
39. Transformation de Fourier, produit de convolution. Applications.
40. Suites et séries de fonctions. Exemples et contre-exemples.
41. Exemples d'utilisation de fonctions définies par des séries.
42. Convergence des séries entières, propriétés de la somme. Exemples et applications.
43. Fonctions d'une variable complexe, holomorphie. Exemples et applications.
44. Fonctions ACs et méromorphes sur un ouvert de C .
45. Développement d'une fonction périodique en série de Fourier. Exemples et applications.
46. Exemples de problèmes d'interversion de limites.
47. Approximation des fonctions numériques par des fonctions polynomiales ou polynomiales par morceaux. Exemples.
48. Le jeu de pile ou face (suites de variables de Bernoulli indépendantes).
49. Loi binomiale, loi de Poisson. Applications.
50. Indépendance d'événements et de variables aléatoires. Exemples.
51. Parties convexes, fonctions convexes (d'une ou plusieurs variables). Applications.